EXERCICES D'

ELECTROSTATIQUE

EXERCICE 1.

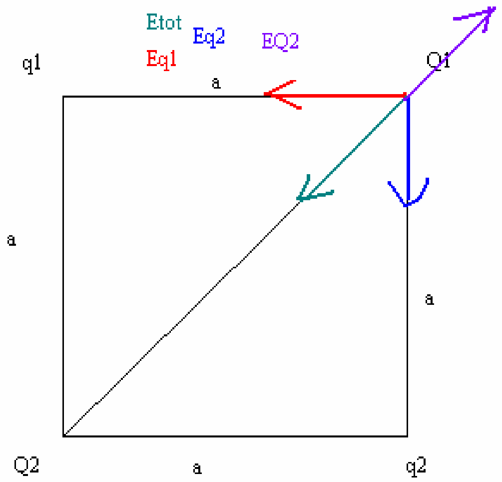
Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (07.09.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés : champ électrique

Enoncé :

Une charge Q est placée au deux coins opposés d'un carré ; une charge q est placée aux deux autres coins. Si la résultante de la force électrique agissant sur Q est nulle, comment Q et q sont-ils liés ?

Solution :

Représentons le problème pour y voir plus clair :



La demi-droite Q_1, Q_2 a une longueur de $a \cdot \sqrt{2}$. Notons ce que nous savons déjà :

Q_1 et Q_2 ont même charge $\Rightarrow$ se repoussent (de même pour q_1 et q_2)

$$\left\|\vec{E}q_1\right\| = \left\|\vec{E}q_2\right\|$$

$$\left\|\vec{E}q_{tot}\right\| = \left(\left\|\vec{E}q_1\right\| + \left\|\vec{E}q_2\right\|\right) \cdot \cos(45) \qquad (1)$$

$$\left\|Eq_{tot}\right\| = -\left\|EQ_2\right\| \qquad (2)$$

Egalisons (1) et (2) :

$$-\left\|EQ_2\right\| = \left(\left\|Eq_1\right\| + \left\|Eq_2\right\|\right) \cdot \cos(45) \qquad (3)$$

Or,

$$q_1 = q_2 \quad (4) \qquad \text{et} \qquad Q_1 = Q_2 \quad (5)$$

Et :

$$\left\|\vec{E}q_1\right\| = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{q_1}{a^2} \qquad \left\|\vec{E}q_2\right\| = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{q_2}{a^2} \qquad \left\|\vec{E}Q_2\right\| = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{Q_2}{2a^2}$$

Selon l'équation (3), nous obtenons :

$$-9\cdot 10^9 \cdot \frac{Q_2}{2a^2} = \left(9\cdot 10^9 \cdot \frac{q_1}{a^2} + 9\cdot 10^9 \cdot \frac{q_2}{a^2}\right)\cdot \cos(45)$$

d'où :

$$Q = -q\cdot\sqrt{2}$$

EXERCICE 2.

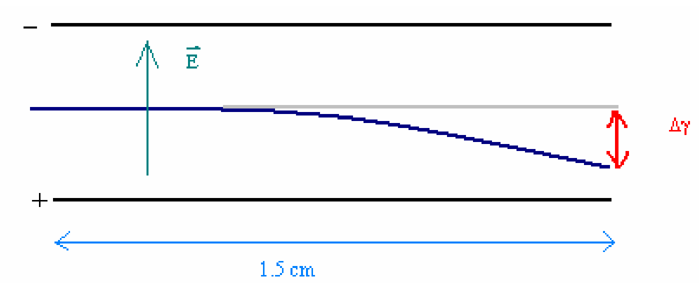
Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (07.09.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés : champ électrique

Enoncé :

Le champ électrique entre les plaques d'u oscilloscope cathodique est de $1.2 \cdot 10^4$ [V/m]. Quelle déflection subira un électron s'il entre à angle droit par rapport au champ électrique avec une énergie cinétique de 2000 [eV] ?

La longueur des plaques est de 1.5 [cm].

Solution :



$$\|\vec{E}\| = 1.2 \cdot 10^4 \text{ [V/m]}$$

Pour rappel :

$$1[eV] = 1.6 \cdot 10^{-19}[J]$$

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

Or, d'après la deuxième loi de Newton :

$$F = m \cdot a$$

Donc,

$$a = \frac{q \cdot E}{m} = \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 1.2 \cdot 10^4}{9.1 \cdot 10^{-31}}$$

$$a = 2.11 \cdot 10^{15}[m \cdot s^{-2}]$$

$$E_{cin} = E_{c(eV)} \cdot charge = 2000 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} = 3.2 \cdot 10^{-16}[J]$$

Et donc,

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot 3.2\cdot 10^{-16}}{9.1\cdot 10^{-31}}}=2.6\cdot 10^{7}\,[m\cdot s^{-2}]$$

Suivant l'axe des x, nous avons un mouvement rectiligne uniforme (MRU) :

$$x=v\cdot t$$

$$t=\frac{x}{v}=\frac{1.5\cdot 10^{-2}}{2.6\cdot 10^{7}}=5.7\cdot 10^{-10}\,[\text{s}]$$

Suivant l'axe des y, nous avons un mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA) :

$$\Delta\gamma=\frac{a\cdot t^2}{2}$$

$$\Delta\gamma=\frac{2.11\cdot 10^{15}\cdot\left(5.7\cdot 10^{-10}\right)^2}{2}$$

$$\Delta\gamma=34\cdot 10^{-5}\,[\text{m}]$$

Pour information la trajectoire de l'électron avant son entrée dans l'oscilloscope à une trajectoire rectiligne. Puis il est accéléré par le champ électrique et donc sa trajectoire devient parabolique à l'intérieur de l'oscilloscope. A sortie, il ne sera plus accéléré et donc continuera en ligne droite (suivant la tangente à la parabole) si nous considérons l'accélération gravifique comme négligeable.

La vitesse de la particule doit normalement subir une correction relativiste, en effet, la vitesse calculée est égale à $10\,[\%]$ de celle de la lumière.

EXERCICE 3.

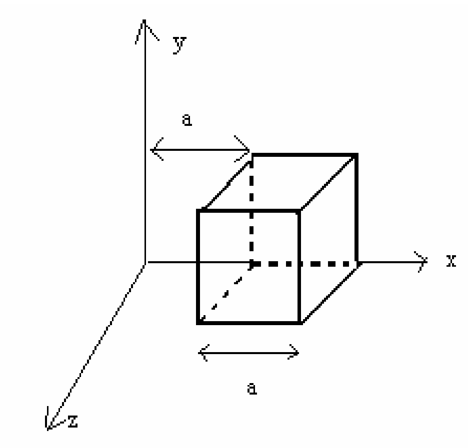
Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (07.09.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés : théorème de Gauss

Enoncé :

Les composantes du champ électrique dans la figure ci-dessous sont :

$$E_x = b \cdot \sqrt{x} \;;\; E_y = 0 \;;\; E_Z = 0 \quad \text{avec } b = 800 \; [\mathrm{N}/Cb \cdot m^2]$$

Calculez la valeur du flux φ_E à travers le cube ainsi que la valeur de la charge à l'intérieur du cube, a vaut $10\,\mathrm{cm}$.



Solution :

Il n'existe qu'un champ électrique parallèle à l'axe des X, travaillons désormais avec celui-là.

Numérotons les différentes faces pour faciliter l'écriture des équations :

1. La face de gauche
2. La face du bas
3. La face de droite
4. La face de derrière
5. La face du haut
6. La face de devant

$$\varphi_E = \oint \vec{E} \circ d\vec{S}$$

$$\varphi_E = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 + \varphi_5 + \varphi_6$$

$$\varphi_E = \oint \vec{E}_1 \circ d\vec{S}_1 + \oint \vec{E}_2 \circ d\vec{S}_2 + \oint \vec{E}_3 \circ d\vec{S}_3 + \oint \vec{E}_4 \circ d\vec{S}_4 + \oint \vec{E}_5 \circ d\vec{S}_5 + \oint \vec{E}_6 \circ d\vec{S}_6$$

Or comme $\cos(90) = 0$:

$$\vec{E}_2 \circ d\vec{S}_2 = \vec{E}_4 \circ d\vec{S}_4 = \vec{E}_5 \circ d\vec{S}_5 = \vec{E}_6 \circ d\vec{S}_6 = 0$$

Il nous reste alors :

$$\vec{E}_1 \circ d\vec{S}_1 = 800 \cdot \sqrt{0.1} \cdot (0.1)^2 \cdot \cos(180) = -2.53 \left[\frac{Nm^2}{Cb} \right]$$

$$\vec{E}_3 \circ d\vec{S}_3 = 800 \cdot \sqrt{0.2} \cdot (0.1)^2 = 3.58 \left[\frac{Nm^2}{Cb} \right]$$

Et donc,

$$\varphi_E = 1.05 \left[\frac{Nm^2}{Cb} \right]$$

Nous savons, par la théorème de Gauss, que :

$$q_{\text{int}} = \varphi_E \cdot \varepsilon_0$$

$$q_{\text{int}} = 1.05 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}$$

$$q_{\text{int}} = 9.3 \cdot 10^{-12} \left[Cb \right]$$

EXERCICE 4.

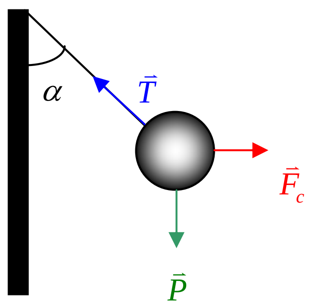
Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (07.09.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés : champ électrique

Enoncé :

Une sphère de masse égale à 0.1 [g] et portant une charge $3\cdot 10^{-10}$[Cb] est attachée à l'extrémité d'un fil de soie de 5 [cm] de long. L'autre extrémité du fil est attachée à une grande plaque non conductrice verticale dont la densité surfacique de charge vaut $25\cdot 10^{-6}$ [Cb/m²]. Déterminez l'angle que fait le fil avec la verticale.

Solution :

Réalisons un petit dessin, et voyons comment tout devient plus facile :



Par les lois de Newtons, nous savons que (l'accélération est nulle, vu que la boule est en équilibre) :

$$T\cdot\sin(\alpha)=F_c$$
$$T\cdot\cos(\alpha)=P$$

Nous en déduisons que :

$$P\cdot\tan(\alpha)=F_c$$

Or :

$$F_c=q\cdot E=q\cdot\frac{\rho}{2\cdot\varepsilon_0}$$

Et donc :

$$\tan(\alpha)=3\cdot 10^{-10}\cdot\frac{25\cdot 10^{-6}}{2\cdot\varepsilon_0}\Rightarrow\alpha=23°$$

EXERCICE 5.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (07.09.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés : théorème de Gauss

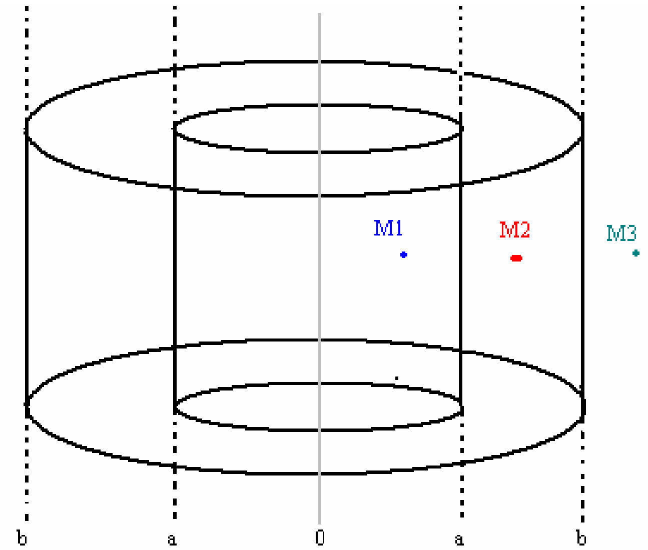
Enoncé :

Deux surfaces cylindriques métalliques infinies et coaxiales de rayon a et b portent respectivement une charge $-\lambda$ et $+\lambda$ par unité de longueur. Calculer le champ créé en un point quelconque M.

Solution :

Pour que le point soit vraiment quelconque, nous devons le considéré à trois endroits différents (les trois cas possibles où le champs est différent).

Schématisons la situation :



Pour ce qui est de $M1$:

Il se trouve sous la surface fermée $a \Rightarrow$ suivant le théorème de Gauss :

$$\oint \vec{E} \circ d\vec{S} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = E \cdot dS \cdot (\pm 1)$$

Choisissons un cylindre d'axe O et de rayon $M1$, de hauteur h. Il n'y a aucune charge à l'intérieur et donc :

$$E(M1) = 0$$

Pour ce qui est de $M2$:

Il se trouve entre les deux cylindres dont les rayons sont respectivement a et b.

Choisissons un cylindre d'axe O et de rayon $M2$, de hauteur h.

Dans ce cas, nous avons :

$$\oint \vec{E} \circ d\vec{S} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow E(M2) \cdot 2\pi \cdot r \cdot h = \frac{-\lambda \cdot h}{\varepsilon_0}$$

$$E(M2) = \frac{-\lambda}{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r} \text{ avec } r = d(0, M2)$$

Pour ce qui est de $M3$:

Choisissons un cylindre d'axe O et de rayon $M3$, de hauteur h :

$$\oint \vec{E} \circ d\vec{S} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = \frac{(-\lambda + \lambda)}{\varepsilon_0} = 0$$

$$E(M3) = 0$$

EXERCICE 6.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (08.09.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés : potentiel et moment dipolaire

Enoncé :

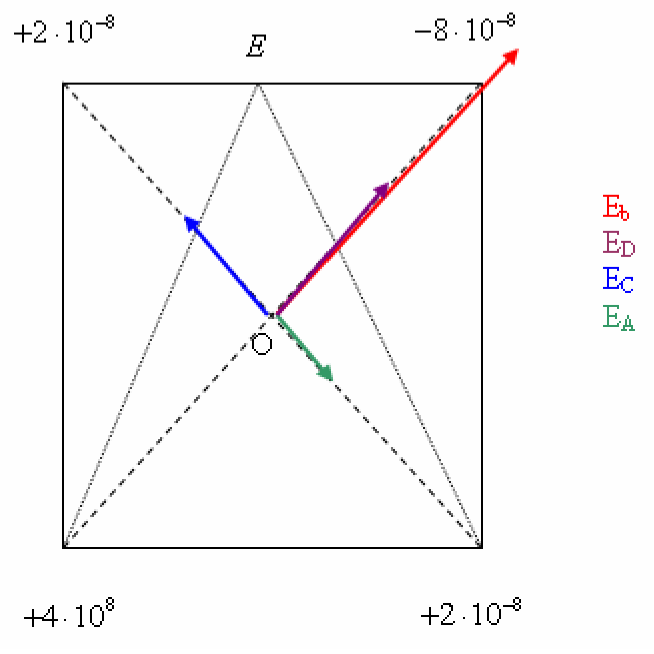
Aux sommets d'un carré *ABCD* de *2* [m] de côté, sont placées les charges suivantes :

$A = +2 \cdot 10^{-8}$ [Cb] *;* $B = -8 \cdot 10^{-8}$ [Cb] *;* $C = +2 \cdot 10^{-8}$ [Cb] *;* $D = +4 \cdot 10^{-8}$ [Cb]

1. Calculez le champ électrique et le potentiel en 0, centre du carré
2. Calculez le potentiel en *E* point milieu de *AB*
3. Calculez le moment dipolaire de la distribution

Solution :

1. Représentons tout d'abord le tout sur un dessin :



Considérons le point *0* comme étant négatif (c'est pour tracer les vecteurs du champ électrique). Notons que le prendre positif n'aurait en rien changer la réponse sauf que la direction du vecteur résultant aurait été opposée.

Etant donné que les charges sont égales en *A* et *C* et que leur distance au point *0* sont égales, le champ électrique résultant de ces deux charges en *0* est nul. (les deux vecteurs étant dans des directions opposées.

Il nous reste donc les champs électriques de *B* et *D* qui sont dans la même direction car une charge étant positive et l'autre négative (un repousse et l'autre attire dans la même direction).

Il suffit alors de faire la somme de ces deux vecteurs pour obtenir le vecteurs champ électrique totale agissant sur le point *0*. Et de plus, comme la charge en *B* est égale à deux fois celle de *B*, nous pouvons dire que la somme des deux champs électriques est égale au triple de celui créé par la charge située en *D*.

$$\left\|\vec{E}_0\right\| = \left\|\vec{E}_B\right\| + \left\|\vec{E}_D\right\| = 3 \cdot \left\|\vec{E}_D\right\|$$

$$\left\|\vec{E}_0\right\| = 3 \cdot \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-8}}{(\sqrt{2})^2}$$

$$\left\|\vec{E}_0\right\| = 540\,[V/m]$$

Concernant le potentiel, nous savons que :

$$V_0 = \sum_i \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q_i}{r_i}$$

$$V_0 = \frac{10^{-8}}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{8}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} \right)$$

$$V_0 = 0 \;\; [V]$$

2. Nous allons faire de même qu'au point précédent :

$$V_E = \frac{10^{-8}}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left(\frac{2}{1} - \frac{8}{1} + \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{4}{\sqrt{5}} \right)$$

$$V_E = -298.5 \;\; [V]$$

3. Considérons les axes $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$ étant dirigé respectivement de *0* à *B* et de *0* à *D*.

De plus nous savons que :

$$\vec{P} = \sum_i q_i \cdot \vec{R}_i$$

$$\vec{P} = 10^{-8} \cdot \left[2 \cdot \left(-\sqrt{2} \right) \cdot \vec{e}_x - 8 \cdot \sqrt{2} \cdot \vec{e}_y + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \vec{e}_x + 4 \cdot \left(-\sqrt{2} \right) \cdot \vec{e}_y \right]$$

$$\vec{P} = 10^{-8} \cdot \left(-12 \cdot \sqrt{2} \cdot \vec{e}_y) \right)$$

$$\vec{P} = -16.97 \cdot 10^{-8} \cdot \vec{e}_y \;\; [Cbm]$$

EXERCICE 7.

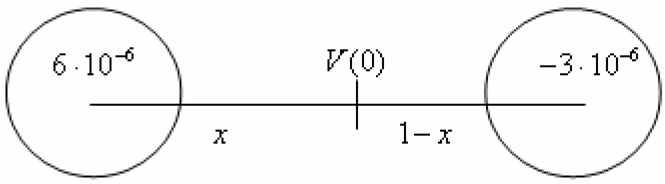
Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (08.09.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés : champ électrique et potentiel

Enoncé :

Deux sphères métalliques de *4* [*cm*] de rayon distantes de *1* [*m*] portent respectivement une charge de $6\cdot 10^{-6}\,[Cb]$ et $-3\cdot 10^{-6}\;[Cb]$. En quel point de la droite joignant ces deux charges le potentiel est-il nul ? Quelles sont la valeur et la direction du champ électrique en ce point ?

Solution :

Faisons un schéma représentant le problème :



$$V(0)=\frac{10^{-6}}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{6}{x}-\frac{3}{1-x}\right)=0\Leftrightarrow\left(\frac{6}{x}-\frac{3}{1-x}\right)=0$$

$$9x=6 \text{ d'où } x=\frac{2}{3}\,[m]$$

Le potentiel est donc nul à *66* [*cm*] de la première sphère.

En sachant cela, nous pouvons calculer alors le champ électrique en ce point :

$$\left\|\vec{E}\right\|=\frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{6\cdot 10^{-6}}{(0.66)^2}+\frac{3\cdot 10^{-6}}{(0.33)^2}\right)=3.7\cdot 10^{5}\,[V/m]$$

EXERCICE 8.

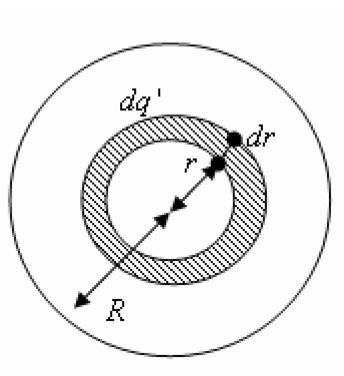
Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (08.09.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés : énergie électrostatique

Enoncé :

Calculez l'énergie électrostatique W d'une sphère uniformément chargée en volume : charge totale Q, rayon R. On peut imaginer par exemple qu'on amasse la charge Q par couche sphérique successives (comme un oignon, en quelque sorte).

Un noyau peut-être considéré grossièrement comme une distribution sphérique uniforme de charges positives. On suppose qu'un noyau d'uranium ($Z=92$, rayon : $9 \cdot 10^{-13}$ [cm]) subit une fission symétrique en deux noyaux identiques. Quelle est l'énergie qu'on peut espérer récupérer dans cette opération du fait de la variation de l'énergie électrostatique ?

Solution :



$$V = \frac{q^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r}$$

Or :

$$dq' = \rho \cdot 4\pi \cdot r^2 \cdot dr \Rightarrow q' = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$$

Nous savons aussi que :

$$Ep = \int_0^q V' \cdot dq' = \int_0^R \frac{4}{3}\pi \cdot \frac{\rho^2}{\varepsilon_0} \cdot r^4 \cdot dr$$

$$Ep = \frac{4\pi \cdot \rho^2}{3 \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{R^5}{5}$$

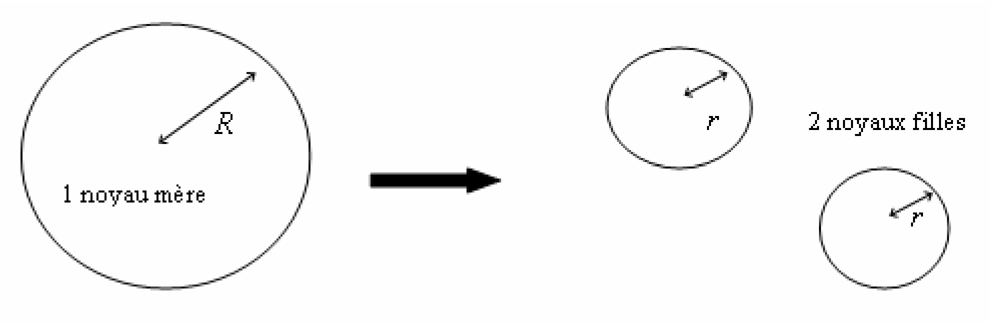
Or :

$$\rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot R^3}$$

Et donc, finalement, nous obtenons :

$$Ep = \frac{3}{5}\cdot\frac{q^2}{4\pi\cdot\varepsilon_0\cdot R}$$

Lors de la fission, nous avons un atome « mère » qui se désintègre en deux atomes « filles » :



$$Vol_{\frac{1}{2}noyau\_mère} = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\pi\cdot R^3 = 1.53\cdot 10^{-42}\ \ [m^3]$$

Déterminons le rayon de chaque noyau fille par rapport à celui de la mère :

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot R^3 = \frac{4}{3}\pi\cdot r^3 \text{ d'où } r = \sqrt[3]{\frac{R^2}{2}}$$

Calculons la différence d’énergie libérée :

$$|\Delta Ep| = Ep_i - Ep_f$$

$$|\Delta Ep| = \frac{3}{5}\cdot\frac{Q^2}{4\pi\cdot\varepsilon_0\cdot R} - 2\cdot\left(\frac{3}{5}\cdot\frac{(Q/2)^2}{4\pi\cdot\varepsilon_0\cdot R}\cdot\sqrt[3]{2}\right)\ [J]$$

Pour connaître ce résultat en [eV], il suffit de diviser le tout par $1.6\cdot 10^{-19}$

Et dons, en remplaçant chaque variable par sa valeur, c.à.d :

$$Q = 92\cdot 1.6\cdot 10^{-19} \qquad R = 9\cdot 10^{-15} \qquad \varepsilon_0 = 8.85\cdot 10^{-12}$$

Nous obtenons alors :

$$|\Delta Ep| = 301\ \ [\text{MeV}]$$

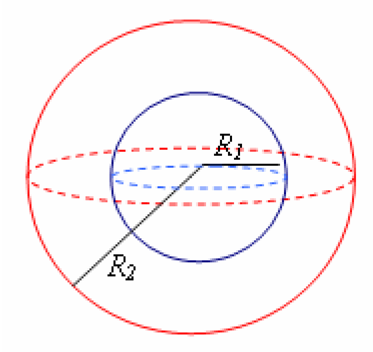
EXERCICE 9.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (10.09.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés : condensateur

Enoncé :

Un condensateur sphérique est constitué de deux sphères concentriques de rayon R_1 et R_2 ($R_1<R_2$). Déterminez la capacité de ce condensateur.

Solution :



$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2}$$

Or :

$$V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^2}$$

$$V_1 - V_2 = \frac{-Q}{4\pi \cdot \varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

Donc, nous avons alors :

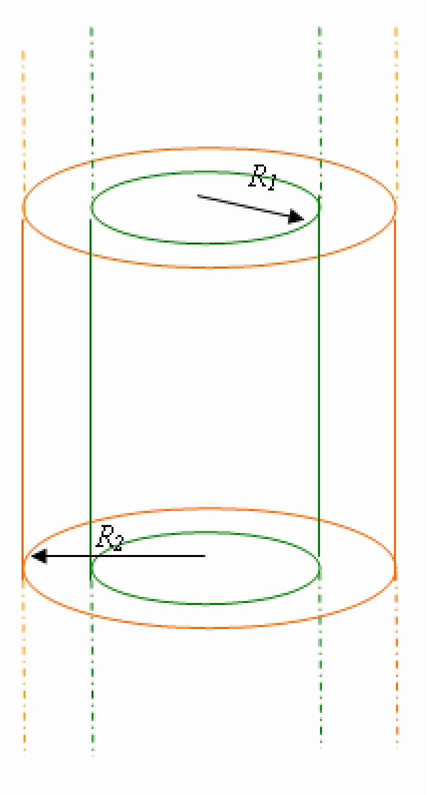
$$C = -4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 - R_2}$$

EXERCICE 10.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (10.09.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés : condensateur

Enoncé :

Les armatures d'un condensateur cylindrique sont deux cylindres infinis coaxiaux de rayon R_1 et R_2. Déterminez la capacité par unité de longueur de ce cylindre.



Solution :

Par le théorème de Gauss, nous savons que :

$$\vec{E} \circ \vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Et donc :

$$E = \frac{q}{2\pi \cdot r \cdot l \cdot \varepsilon_0}$$

Or :

$$V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R} \frac{q}{2\pi \cdot l \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \cdot dr = \frac{q}{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot l} \cdot \left[\ln(R)\right]_{R_1}^{R_2}$$

Et donc,

$$C = 2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot l \cdot \frac{1}{\ln(R_2 - R_1)}$$

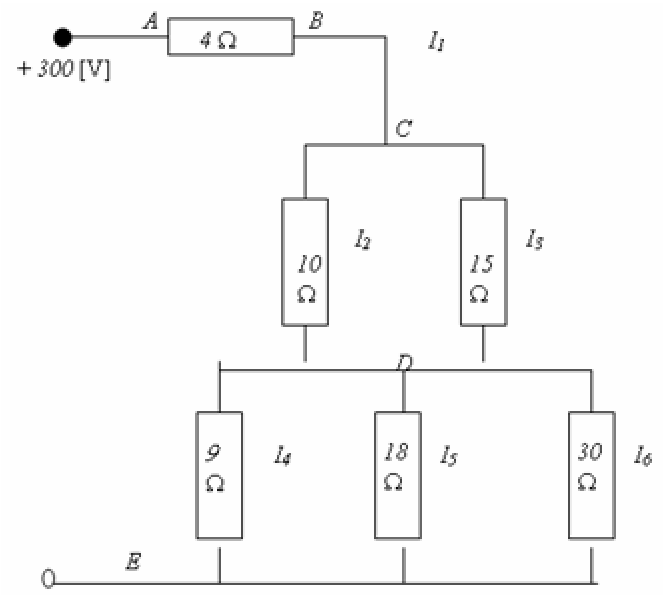
EXERCICE 11.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (10.09.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés : résistance, courant, potentiel

Enoncé :

Déterminez, d'après la figue ci-dessous :

1. La résistance équivalente du circuit
2. la courant total
3. le potentiel en *A*, *B*, *C*, *D*, *E*
4. Le courant dans chaque résistance



Solution :

1. Nous avons trois "groupes" de résistances :
   a. Résistance seule de *4* [Ω] ;
   b. Deux résistances en parallèle de *10* [Ω] et *15* [Ω] ;
   c. Trois résistances en parallèle de *9* [Ω], *18* [Ω] et *30* [Ω].

$$R_{éq} = 4 + \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} + \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{18} + \frac{1}{30} \right)^{-1} = 15\ [\Omega]$$

2. Le courant total circule dans les fils :

$$I_{tot} = I_1 = I_2 + I_3 = I_4 + I_5 + I_6$$

$$I_{tot} = \frac{V_{tot}}{R_{tot}} = \frac{300}{15} = 20\,[A]$$

3. Potentiel « absolu » par rapport à un point à l'infini. (ce n'est pas une ddp !!!)

$$V_A = V_{départ} = 300\,[V]$$

$$V_B = V_C = V_a - R \cdot I = 300 - 4 \cdot 20 = 220\ [V]$$

$$V_D = V_B - \frac{10 \cdot 15}{10 \cdot 15} \cdot 20 = 100\,[V]$$

$$V_E = V_D - \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{18} + \frac{1}{30}\right)^{-1} \cdot 20 = 0\,[V]$$

4. Pour ce point, nous allons utiliser la différence de potentiel (nous allons soustraire deux à deux les résultats obtenus au point précédent).

$$I_1 = 20\,[\text{A}]$$

$$I_2 = \frac{V_{CD}}{10} = \frac{220 - 100}{10} = 12\,[A]$$

$$I_3 = \frac{V_{CD}}{15} = \frac{220 - 100}{15} = 8\,[A]$$

$$I_4 = \frac{V_{DE}}{9} = \frac{100 - 0}{9} = 11.1\ [A]$$

$$I_5 = \frac{V_{DE}}{18} = \frac{100 - 0}{18} = 5.5\,[A]$$

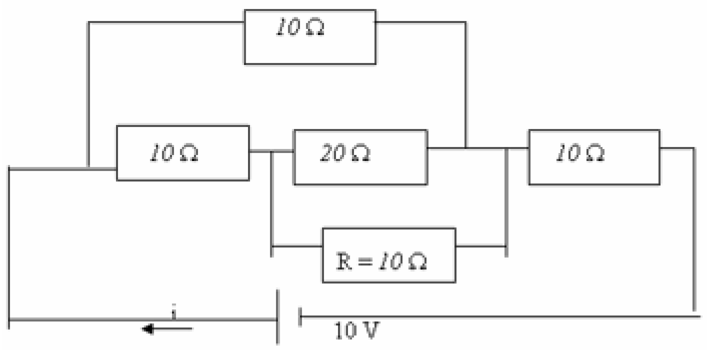
$$I_6 = \frac{V_{DE}}{30} = \frac{100 - 0}{30} = 3.3\ [A]$$

EXERCICE 12.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (10.09.04, miguel.dhyne@win.be)
*Mots-clés :*pont de Wheatsone – lois de Kirchoff

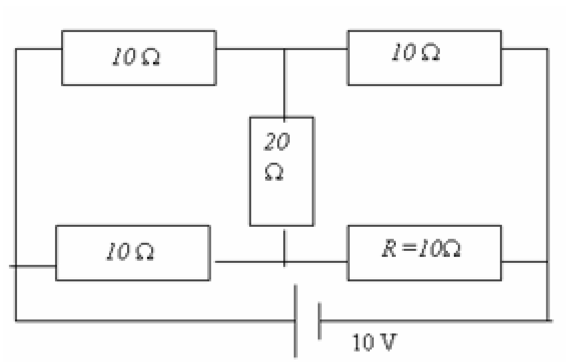
Enoncé :

Déterminez la résistance équivalente et l'intensité dans le cas du circuit de la figure suivante puis dans le cas où $R = 20$ [Ω].



Solution :

Redressons un peu le dessin :

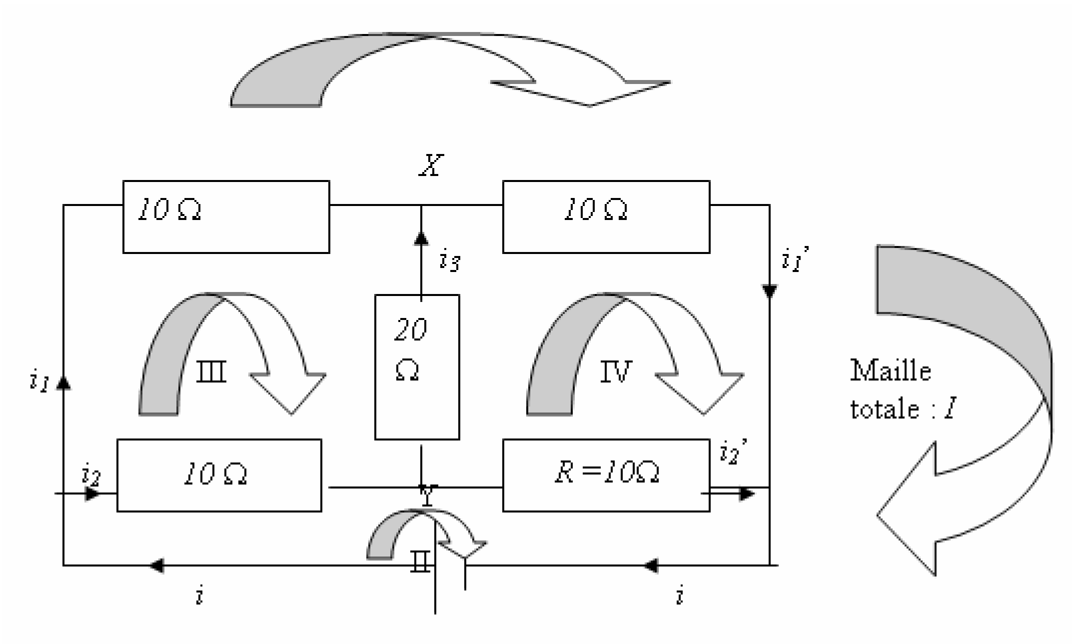


Nous voyons bien qu'il s'agit d'un montage en pont de Wheatstone qui fait que, vu la répartition des résistances de *10* [Ω], le courant dans *R* est nul, car il n'y a pas de différence de potentiel entre ses extrémités (cette résistance ne sert donc à rien.

$$R_{éq} = \left(\frac{(10+10)+(10+10)}{(10+10)\cdot(10+10)} \right)^{-1} = 10 \ \ [\Omega]$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{10}{10} = 1[A]$$

Déséquilibrons l'ensemble en remplaçant *R* par une résistance de *20* [Ω]. Appliquons les lois de Kirchhoff :



Lois des Mailles :

I : $-10 \cdot i_1 - 10 \cdot i_1' + 10 = 0 \Rightarrow -i_1 - i_1' + 1 = 0$ (1)

II : $-10 \cdot i_2 - 20 \cdot i_2' + 10 = 0 \Rightarrow -i_2 - 2 \cdot i_2' + 1 = 0$ (2)

III : $-10 \cdot i_1 + 20 \cdot i_3 + 10 \cdot i_2 = 0 \Rightarrow -i_1 + 2 \cdot i_3 + i_2 = 0$ (3)

IV : $20 \cdot i_2' - 20 \cdot i_3 - 10 i_1' = 0 \Rightarrow 2 \cdot i_2' - 2 \cdot i_3 - i_1' = 0$ (4)

Loi des nœuds :

X : $-i_1 + i_1' - i_3 = 0$ (5)

Y : $i_2' - i_3 - i_2 = 0$ (6)

(3) et (5) $\Rightarrow -3 \cdot i_1 + 2 \cdot i_1' + i_2 = 0$ (7)

(4) et (6) $\Rightarrow 4 \cdot i_2' - 2 \cdot i_2 - i_1' = 0$ (8)

$-3 \cdot (1) + (7) \Rightarrow 5 \cdot i_1' + i_2 - 3 = 0$ (9)

$2 \cdot (2) + (4) \Rightarrow -i_1' - 4 \cdot i_2 + 2 = 0$ (10)

De ces deux dernières relations, nous trouvons :

$$i_2 = \frac{7}{19} [A]$$

Et donc, nous obtenons toutes les autres valeurs des intensités :

$$i_1 = \frac{9}{19}\,[A] \qquad i_1' = \frac{10}{19}\,[A] \qquad i_2' = \frac{6}{19}\,[A] \qquad i_3 = \frac{1}{19}\,[A]$$

Et donc :

$$i = i_1 + i_2 = i_1' + i_2' = \frac{16}{19}\,[A] \qquad\qquad R_{éq} = \frac{190}{16}\ [\Omega]$$